Contenido

Conexión
- Caminos
- Conexión en grafos no dirigidos
- Conexión en grafos dirigidos
- Número de caminos entre vértices
- Caminos e isomorfismo

Conexión

Hay varios problemas que se pueden representar por medio de caminos formados al recorrer las aristas de un grafo.

Camino

De manera informal es una secuencia de aristas que comienza en un vértice del grafo y recorre ciertas aristas del grafo siempre conectando pares de vértices adyacentes.

Contenido

Conexión
- Caminos
- Conexión en grafos no dirigidos
- Conexión en grafos dirigidos
- Número de caminos entre vértices
- Caminos e isomorfismo

Caminos

Sea n un entero no negativo y G un grafo no dirigido. Un camino (ruta) de longitud n de u a v en G es una secuencia de aristas $e_1, e_2, \dots e_n$ de G tal que
$f(e_1) = \{x_0, x_1\}, f(e_2) = \{x_1, x_2\}, \dots, f(e_n) = \{x_n - 1, x_n\}$
donde $x_0 = u$ y $x_n = v$.
Cuando el grafo es simple, denotamos este camino por la secuencia de sus vértices $x_0, x_1, \dots, x_n$.

El camino es un circuito si empieza y finaliza en el mismo vértice $u = v$, y tiene longitud mayor de cero.
Un camino o circuito es simple si no contiene la misma arista mas de una vez.

Caminos (2)

Ejemplo1: Con base en los siguientes grafos isomorfos:

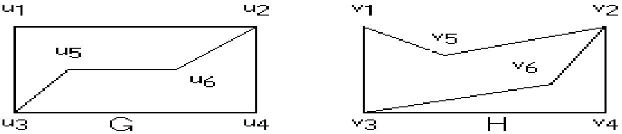

Figura: ejemplo isomorfismo de grafos

- v_1, v_5, v_2, v_4, v_3 es un camino de longitud 4 en H, puesto que existen las siguientes aristas $\{v_1, v_5\}, \{v_5, v_2\}, \{v_2, v_4\}, \{v_4, v_3\}$.
- $u_1, u_2, u_6, u_5, u_3, u_1$ es un circuito de longitud 5 en G, puesto que existen las siguientes aristas $\{u_1, u_2\}, \{u_2, u_6\}, \{u_6, u_5\}, \{u_5, u_3\}, \{u_3, u_1\}$.

Caminos (3)

Ejemplo1: (Continuación):

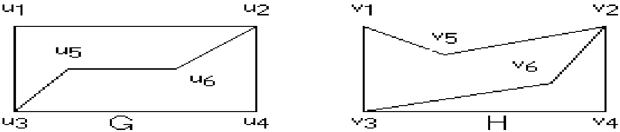

Figura: ejemplo isomorfismo de grafos

- v_1, v_2, v_4, v_3 no es un camino en H puesto que no existe la arista $\{v_1, v_2\}$
- $v_5, v_2, v_4, v_3, v_6, v_2, v_4, v_3, v_1, v_5$ no es un camino simple de longitud 9 en H, puesto que las aristas $\{v_2, v_4\}$ y $\{v_4, v_3\}$ aparecen 2 veces

Caminos (4)

Sea n un entero no negativo y G un grafo multigrafo dirigido.
Un camino (ruta) de longitud n de u a v en G es una secuencia de aristas $e_1, e_2, \ldots e_n$ de G tal que
$f(e_1) = (x_0, x_1), f(e_2) = (x_1, x_2), \ldots, f(e_n) = (x_n - 1, x_n)$ donde $x_0 = u$ y $x_n = v$.
Cuando no hay múltiples aristas en el grafo dirigido denotamos este camino por la secuencia de sus vértices $x_0, x_1, \ldots, x_n$.

El camino es un circuito o ciclo, si empieza y finaliza en el mismo vértice $u = v$, y tiene longitud mayor de cero.
Un camino o circuito es simple si no contiene la misma arista mas de una vez.

Contenido

Conexión
- Caminos
- Conexión en grafos no dirigidos
- Conexión en grafos dirigidos
- Número de caminos entre vértices
- Caminos e isomorfismo

Conexión en grafos no dirigidos

Un grafo no dirigido es llamado conexo si hay un camino entre cada par de vértices distintos del grafo.

Ejemplo2: Los grafos usados hasta el momento son conexos.
Ejemplo3: El grafo indicado a continuación no es conexo.

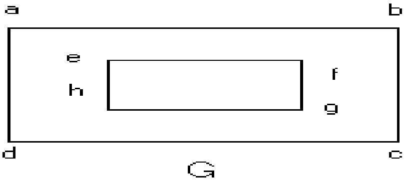

Figura: ejemplo de un grafo no conexo

Conexión en grafos no dirigidos (2)

Teorema

Hay un camino simple entre cada par de vértices distintos de un grafo no dirigido conexo (ese camino es el de menor longitud).

Un grafo que no es conexo es la unión de 2 o mas subgrafos conexos, que dos a dos no tienen vértices en común.
Esos subgrafos conexos disjuntos son llamados las componentes conexas del grafo.

Conexión en grafos no dirigidos (3)

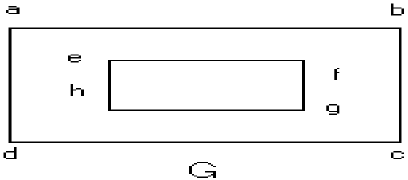

Figura: ejemplo de un grafo no conexo

Ejemplo4: Las componentes conexas del grafo G son:

- $G_1 = (V_{G1}, E_{G1})$ donde $V_{G1} = \{a, b, c, d\}$
- $G_2 = (V_{G2}, E_{G2})$ donde $V_{G2} = \{e, f, g, h\}$

Contenido

Conexión
- Caminos
- Conexión en grafos no dirigidos
- Conexión en grafos dirigidos
- Número de caminos entre vértices
- Caminos e isomorfismo

Conexión en grafos dirigidos

Un grafo dirigido es fuertemente conexo si hay un camino de a a b y de b a a para cualesquiera dos vértices a y b del grafo.

Un grafo dirigido es débilmente conexo si hay un camino entre cada par de vértices en el grafo no dirigido base (las direcciones de las aristas son no tenidas en cuenta).

Conexión en grafos dirigidos (2)

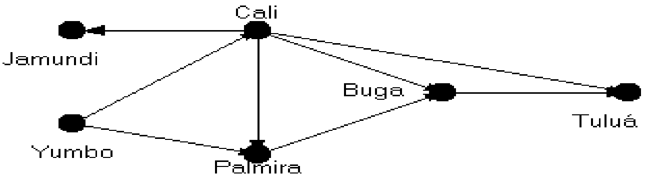

Figura: ejemplo de un grafo dirigido

Ejemplo5: El grafo *G* no es fuertemente conexo (no existe camino de Jamundi a Cali).
Ejemplo6: El grafo *G* si es débilmente conexo (olvidandonos de los sentidos de las aristas).

Contenido

Conexión

- Caminos
- Conexión en grafos no dirigidos
- Conexión en grafos dirigidos
- Número de caminos entre vértices
- Caminos e isomorfismo

Número de caminos entre vértices

Sea G un grafo con la matriz de adyacencia A con respecto al ordenamiento $v_1, v_2, \ldots, v_n$ (con aristas dirigidas o no y aristas múltiples o bucles). El número de caminos diferentes de longitud r de v_i a v_j, donde r es un entero positivo, es igual al elemento en la posición (i, j) de la matriz A^r.

Ejercicio1: Cuantos caminos de longitud 4 hay de u_1 a u_3, en el grafo $G = (V, E)$ talque: $V_G = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ y $E_G = \{\{u_1, u_3\}, \{u_1, u_4\}, \{u_1, u_5\}, \{u_2, u_3\}, \{u_2, u_5\}, \{u_3, u_4\}\}$?

Contenido

Conexión

- Caminos
- Conexión en grafos no dirigidos
- Conexión en grafos dirigidos
- Número de caminos entre vértices
- Caminos e isomorfismo

Caminos e isomorfismo

Además de las invariantes indicadas anteriormente para determinar que 2 grafos no son isomorfos (numero de vértices, numero de aristas y grado de los vértices), se puede tener como otro invariante para grafos simples la existencia de un circuito simple de longitud k, siendo $k > 2$.

Ejercicio2: Son isomorfos los grafos G y H ?

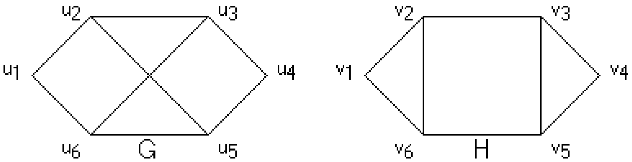

Figura: ejemplo para determinar isomorfismo