

Contenido

Grafos ponderados

Algoritmo de Dijkstra

Contenido

Grafos ponderados

Algoritmo de Dijkstra

Grafos ponderados

A Los grafos que tienen un **número** asignado a **cada arista** se les denomina **grafos ponderados**

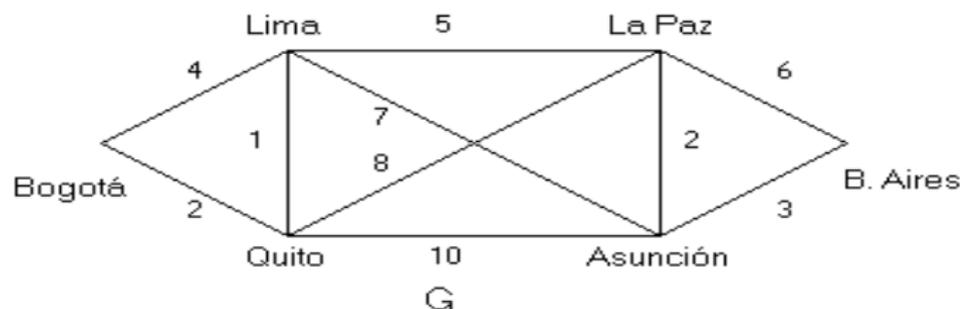


Figura: Ejemplo de un grafo ponderado

La **longitud** de un camino en un **grafo ponderado** corresponde a la suma de los pesos de las aristas de ese camino.

Grafos ponderados (2)

Ejercicio: Cual es la longitud de los siguientes caminos en el grafo ponderado G ?

- ▶ Bogotá, Quito, Asunción, B.Aires
- ▶ Bogotá, Quito, Lima, La Paz, Asunción
- ▶ Bogotá, Quito, Lima, Bogotá, Quito, La Paz, Asunción

Problemas interesantes:

Cual es el camino de longitud mínima entre dos vértices ?
Como determinar el camino de longitud mínima entre dos vértices ?

Algoritmo de Dijkstra

- ▶ Algoritmo descubierto por el matemático holandés Edsger Dijkstra en 1959.
- ▶ Describe como solucionar el problema de camino de longitud mínima desde a hasta z en grafos ponderados no dirigidos, donde todos los pesos son positivos.
- ▶ Es fácil adaptarlo para solucionar el problema de camino de longitud mínima en grafos dirigidos.

Algoritmo de Dijkstra (2)

Procedimiento *Dijkstra* (G : grafo ponderado conexo
y todos los pesos positivos)

Para $i = 1$ **Hasta** n

$$L(v_i) = \infty$$

$$L(a) = 0$$

$$S = \emptyset$$

Mientras $z \notin S$

Inicio

u = vertice con $L(u)$ minima entre los vertices
que no estan en S

$$S = S \cup \{u\}$$

Para todos los vertices v que no estan en S

Inicio

$$\text{Si } L(u) + w(u, v) < L(v)$$

$$L(v) = L(u) + w(u, v)$$

Fin

Fin ($L(z)$ = longitud del camino mas corto entre a y z)

Algoritmo de Dijkstra (3)

Ejercicio: Aplicar el algoritmo de Dijkstra para computar el camino de longitud mínima entre Bogotá y B.Aires

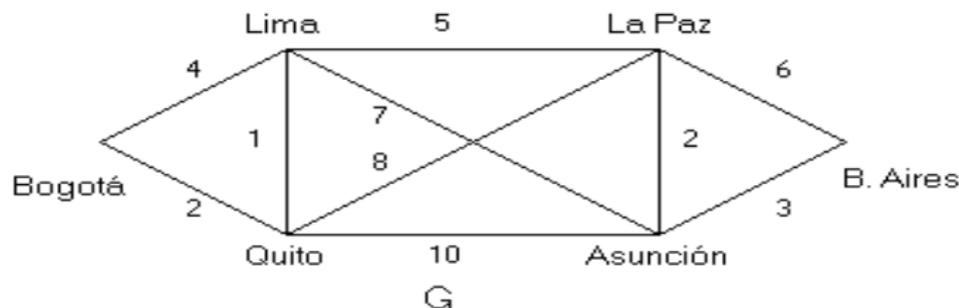


Figura: Ejemplo de un grafo ponderado

Algoritmo de Dijkstra (4)

1	3	2	4	5	6
L(Bog.)	L(Lima)	L(Quito)	L(Paz)	L(Asun.)	L(Aires)
0	∞	∞	∞	∞	∞
	4 ^{Bog.}	2 ^{Bog.}	∞	∞	∞
	3 ^{Quito}		10 ^{Quito}	12 ^{Quito}	∞
			8 ^{Lima}	10 ^{Lima}	∞
				10 ^{Lima}	14 ^{Paz}
					13 ^{Asun.}

$S = \{ \text{Bog. , Quito , Lima , Paz , Asun. , Aires} \}$

Luego el camino de longitud minima es de costo 13 y se obtiene al realizar el recorrido:

Bog. \rightarrow Quito \rightarrow Lima \rightarrow Asun. \rightarrow Aires

Algoritmo de Dijkstra (5)

Teorema 1

El algoritmo de Dijkstra determina la longitud del **camino más corto** entre 2 vértices de un **grafo ponderado simple, conexo y no dirigido**.

Teorema 2

El algoritmo de Dijkstra realiza $\mathcal{O}(n^2)$ operaciones para determinar la longitud del **camino más corto** entre 2 vértices de un **grafo ponderado simple, conexo y no dirigido** con n vértices.