

# Contenido

## Coloreado de Grafos

Definiciones

Teorema de los cuatro colores

Aplicaciones

# Contenido

## Coloreado de Grafos

### Definiciones

Teorema de los cuatro colores

Aplicaciones

# Coloreado de Grafos

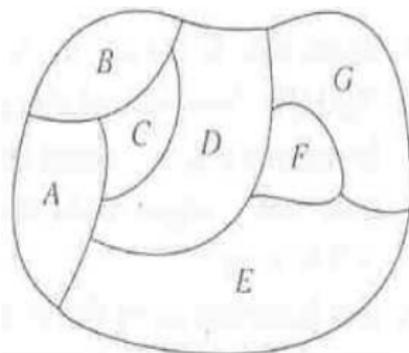


Figura: Ejemplo de un mapa

**Problema:** Dado un mapa, cual es el menor número de colores que deben utilizarse para colorearlo, de modo que dos regiones adyacentes no tengan nunca el mismo color ?.

## Coloreado de Grafos (2)

### Grafo dual

El **grafo dual** de un mapa corresponde a su representación como un grafo, en la cual:

- ▶ Cada región del mapa es un vértice
- ▶ Si existe una frontera entre cada par de regiones (vértices), existirá una arista entre ellos.

**Nota:** Dos regiones que se tocan en un solo punto no se consideran adyacentes.

## Coloreado de Grafos (3)

**Ejemplo:** De un mapa y su correspondiente grafo dual.

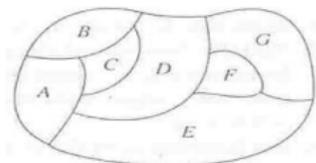


Figura: Ejemplo de un mapa

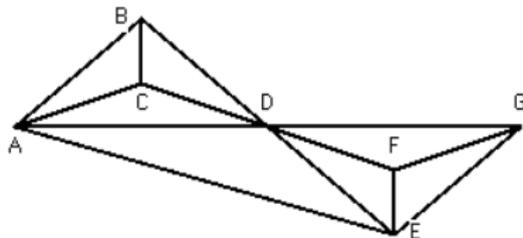


Figura: Grafo dual

## Coloreado de Grafos (4)

### Coloración de un grafo

Una **coloración** de un **grafo simple** consiste en **asignarle un color** a cada vértice del grafo de manera que a cada dos vértices **adyacentes** se les asignan **colores distintos**.

### Número cromático

El **número cromático** de un grafo es el **número mínimo** de colores que se requieren para su coloración.

## Coloreado de Grafos (5)

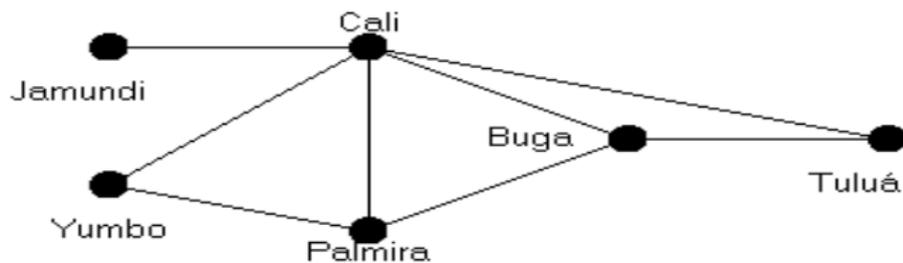


Figura: Ejemplo de un grafo simple

**Ejercicio:** Cual es el número cromático del grafo anterior ?

# Contenido

## Coloreado de Grafos

Definiciones

Teorema de los cuatro colores

Aplicaciones

# Teorema de los cuatro colores

## Teorema de los cuatro colores

El número cromático de un **grafo plano** es menor o igual que 4.

Propuesto inicialmente en 1850 y finalmente demostrado por los matemáticos estadounidenses Kenneth Appel y Wolfgang Haken en 1976.

### Idea de la Demostración:

Si el teorema era falso, debería existir un contraejemplo, en una lista de aproximadamente 2000 candidatos.

Empleando mas de 1000 horas de tiempo de calculo de un ordenador, no encontraron dicho contraejemplo.

## Teorema de los cuatro colores (2)

**Ejercicio2:** Indicar los número cromáticos de:

- ▶  $K_n$  (grafo completo) **R//:**  $n$
- ▶  $K_{m,n}$  (grafo bipartito completo) **R//:** 2
- ▶  $C_n$  (ciclo) **R//:** 2

**Nota:** Los mejores algoritmos conocidos para calcular el número cromático de un grafo, en el **peor caso** tienen complejidad exponencial (con base en el número de vértices).

# Contenido

## Coloreado de Grafos

Definiciones

Teorema de los cuatro colores

Aplicaciones

# Aplicaciones

Varias relacionadas con planificación y asignación.

- ▶ **Programación de exámenes finales** - Como programar los exámenes sin que ningún estudiante tenga dos exámenes al mismo tiempo.

**Idea:** los vértices son las asignaturas y existe una arista entre un par de vértices, si hay un estudiante matriculado en ellas.

Una coloración consiste en una programación y permite determinar el número de jornadas.

- ▶ **Asignación de frecuencias** (consultar)
- ▶ **Almacenamiento en registros** (consultar)