

Métodos Cerrados

Hernán Gómez

Universidad del Pacífico
(Programa Ingeniería de Sistema)

Abril, 2021



Contenido

1 Conceptos y técnicas

Raíces de una función

- Los metodos requieren un intervalo que contenga la raiz. Se debe aplicar el criterio de convergencia:

$$f(a).f(b) < 0$$

- $f(a)$ y $f(b)$ son de signos contrarios.



Metodo de Bisección

- La idea es ir acotando el intervalo para encontrar la raíz, x_i según sea el signo de $f(x_i)$, el intervalo se cerrara a la derecha o a la izquierda $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$

$f(a).f(b) < 0$ donde el intervalo inicial esta dado por: $I_0 = [a_0, b_0]$; calculo inicial del punto medio $c_0 = \frac{a_0 + b_0}{2}$

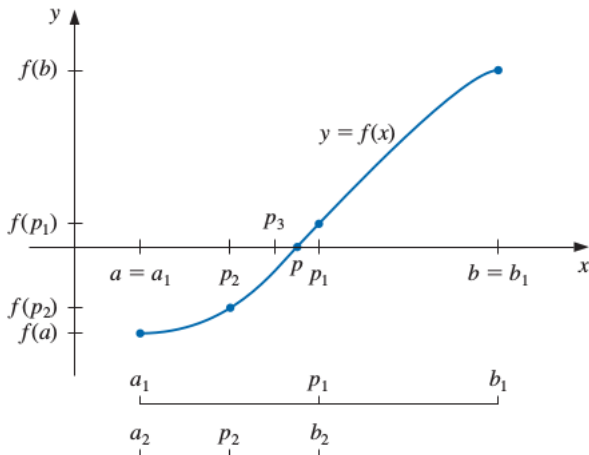
reglas:

- si $f(a).f(c_0) = 0 \implies c_0$, es la raíz
- si $f(b_0).f(c_0) < 0 \implies [a_i, b_i] = [c_0, b_0]$
- si $f(b_0).f(c_0) > 0 \implies [a_i, b_i] = [a_0, c_0]$



Metodo de Bisección

- En todas las iteraciones debe evaluarse que $f(a).f(b) < 0$ lo que garantizaria su convergencia. La estabilidad depende de la geometria de $f(x)$



Errores del metodo

Para computar los errores del metodo en un calculo y poder determinar la tolerancia se emplea:

- $E_a = |x_{i+1} - x_i|$
- $\%E_a = \left| \frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1}} \right| * 100 \%$



Metodo de la regla falsa

El metodo de las cuerdas o de la regla falsa, la idea es encontrar una recta que corta en 2 puntos de la $f(x)$; de esta manera el punto donde la cuerda corte el eje horizontal(x); sera la mejor aproximacion hasta el momento de la raiz

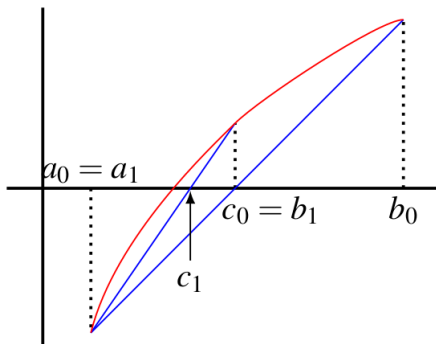


Figura: El punto C_0 , es el corte 1 en la primera iteración y el C_1 es el corte 2 de la segunda iteración como nueva aproximación a la raíz.

Metodo de la regla falsa

La aproximacion de c_i ; sustituye a uno de los extremos del intervalo previo $[a, b]$. En cada iteración uno de los extremos queda fijo y el opuesto se sustituye por la aproximacion a la raiz que denominaremos x_i

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(x_0) - f(a)}{x_0 - a}$$

observación: tener en cuenta que para la ecuacion ser correcta es necesario que $f(x_0) = 0$; que de hecho esta condicion se cumplira en la ultima iteracion.



Metodo de la regla falsa

Para poder generar la funcion iterativa se hace necesario el supuesto que $f(x_0) \neq 0$; por esta razon es denominada regla falsa

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(x_0) - f(a)}{x_0 - a}$$

Si $f(x_0) \neq 0$; entonces se tendria

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{-f(a)}{x_i - a}$$

despejando x_i se tenta

$$x_i = a + \frac{f(a)(b - a)}{f(b) - f(a)}$$



Metodo de la regla falsa

El proceso iterativo se detiene cuando el error entre 2 aproximaciones es menor a la tolerancia preestablecida $error \leq tolerancia$; cuando esta condicion se cumpla la respuesta sera x_{i+1}

Consideraciones importantes:

- Sea el intervalo $[a, b]$ que contiene la raiz tal que $f(a).f(b) < 0$ (se debe cumplir en todas las iteraciones)
- Sea $f(a) < 0$; a limite por la izquierda
- Sea $f(b) > 0$; b limite por la derecha

Ecuación de recurrencia:

$$x_i = a + \frac{f(a)(a - b)}{f(b) - f(a)}$$



Metodo de la regla falsa

Siempre en cada iteración se deben actualizar los valores extremos de acuerdo al valor de $f(x_i)$:

- Si el valor $f(x_i) < 0$; $a \Leftarrow x_i$
- Si el valor $f(x_i) > 0$; $b \Leftarrow x_i$

El error esta dado por:

- $E_a = |x_{i+1} - x_i|$
- $\%E_a = \left| \frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1}} \right| * 100 \%$



Metodo de la regla falsa

- El metodo converge si se cumplen los criterios del cambio de signos
- El metodo puede tener cierta inestabilidad debido que el acotamiento se puede hacer por cualquier lado izquierda o derecha de manera alterna. Si el acotamiento se realizar siempre por un extremo seria estable.

