6. Introducción a la lógica binaria

Introducción

La lógica es la parte del razonamiento que nos indica cuándo una determinada sentencia es verdadera

Las sentencias lógicas tienen un valor binario, es decir, pueden ser verdaderas o falsas

Los circuitos digitales se diseñan concibiéndolos como si fueran un conjunto de operaciones lógicas

Los objetivos de este tema son:

- Realizar una primera toma de contacto con la lógica binaria
- Describir cómo las operaciones lógicas básicas se implementan por medio de circuitos, llamados puertas lógicas, que son los componentes de los sistemas digitales

Estructura del tema

- Introducción
- Puertas lógicas digitales
- Puertas lógicas básicas
  - NOT
  - AND
  - OR
  - NAND
  - NOR
  - XOR
  - XNOR
- Resumen y bibliografía

Puertas lógicas

Las puertas lógicas son circuitos electrónicos que implementan operaciones básicas de lógica binaria cuyo resultado puede ser verdadero o falso

El paralelismo entre las operaciones binarias de la lógica y las operaciones binarias de los sistemas digitales ha convertido a las puertas lógicas en los elementos básicos que componen los circuitos digitales

Estudiaremos un total de siete puertas lógicas que se representan usando los símbolos definidos en un estándar ampliamente adoptado: ANSI IEEE 91-1984

Representación de una puerta lógica

Las líneas conectadas a la izquierda del símbolo de una puerta lógica son las entradas

A la derecha del símbolo de una puerta lógica hay una única línea conectada que representa la salida



El estado de las entradas y salidas de una puerta lógica lo representaremos de la siguiente manera:

- Falso: nivel lógico bajo ó 0 binario
- Verdadero: nivel lógico alto ó 1 binario

Tabla de verdad

El funcionamiento de una puerta lógica puede caracterizarse usando una tabla de verdad

Una tabla de verdad muestra el valor de la salida para cada una de las posibles combinaciones de los valores de las entradas

Para simplificar la tabla es frecuente representar los niveles bajos con 0 y los niveles altos con 1

Dada una puerta lógica de n entradas, el número de filas de la tabla de verdad será igual al número de posibles combinaciones de las entradas: 2^n

Estructura del tema

Introducción

Puertas lógicas digitales

Puertas lógicas básicas

- NOT
- AND
- OR
- NAND
- NOR
- XOR
- XNOR

Resumen y bibliografía

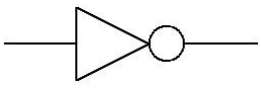
La puerta lógica NOT

La puerta lógica NOT, también llamada inversor, realiza la operación lógica conocida como inversión o complementación

El inversor cambia de un nivel lógico al nivel opuesto

Si la entrada está a nivel bajo, la salida estará a nivel alto

Si la entrada está a nivel alto, la salida estará a nivel bajo



Entrada	Salida
0	1
1	0

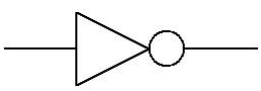
El indicador de negación

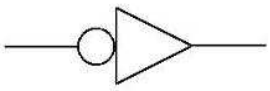
El indicador de negación es un círculo que, cuando aparece a la entrada o a la salida de una puerta lógica, indica complementación o inversión



Cuando se encuentra en una entrada quiere decir que se invierte el valor de la entrada

Cuando se encuentra en la salida quiere decir que se invierte el valor de la salida





Expresión lógica de la puerta NOT

Las magnitudes lógicas pueden representarse con símbolos denominados variables

- Una variable booleana se designa mediante un nombre, generalmente una letra
- Los valores posibles de una variable booleana son 0 y 1

El complemento o negación de una variable se expresa mediante una barra encima de la letra

- Si una variable vale 1 su complemento vale 0
- Si una variable vale 0 su complemento vale 1

$X = \overline{A}$ se lee "A negado"

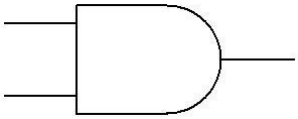
$A = O \quad X = 1$

$A = 1 \quad X = O$

La puerta lógica AND

El propósito de una puerta lógica AND es determinar cuándo ciertas condiciones de entrada son verdaderas de forma simultánea

- Se genera un nivel alto a la salida sólo cuando todas las entradas están a nivel alto
- Si cualquiera de las entradas está a nivel bajo, se genera un nivel bajo a la salida independientemente del resto de entradas



Entrada		Salida
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Expresión lógica de la puerta AND

Una puerta lógica AND realiza una operación que se denomina multiplicación lógica

La multiplicación lógica se representa matemáticamente colocando un punto entre dos variables o escribiendo las dos variables juntas

$$A \cdot B = AB$$

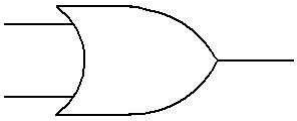
La multiplicación lógica sigue las reglas básicas de la multiplicación binaria

$0 \cdot 0 = 0$
$0 \cdot 1 = 0$
$1 \cdot 0 = 0$
$1 \cdot 1 = 1$

La puerta lógica OR

El propósito de una puerta lógica OR es determinar cuándo una o más de sus entradas están a nivel alto

- Se genera un nivel bajo a la salida sólo cuando todas las entradas están a nivel bajo
- Si cualquiera de las entradas está a nivel alto, se genera un nivel alto a la salida independientemente del resto de entradas



Entrada		Salida
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Expresión lógica de la puerta OR

Una puerta lógica OR realiza una operación que se denomina suma lógica

La suma lógica se representa matemáticamente colocando un signo + entre dos variables

$$A + B$$

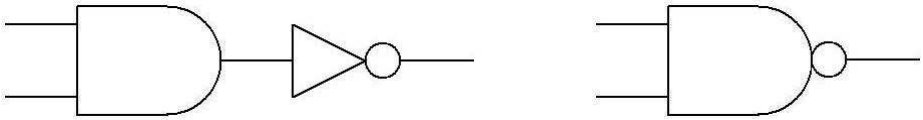
La suma lógica sigue las reglas básicas de la suma binaria, excepto en el caso de la suma de dos unos, ya que no existe el acarreo

$$0 + 0 = 0$$
$$0 + 1 = 1$$
$$1 + 0 = 1$$
$$1 + 1 = 1$$

La puerta lógica NAND

La puerta lógica NAND es muy popular porque es una puerta universal, es decir, es posible diseñar un circuito digital utilizando únicamente puertas NAND

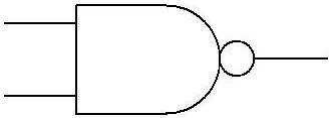
El término NAND es una contracción de NOT–AND e indica una puerta AND con la salida complementada



La puerta lógica NAND

Una puerta lógica NAND funciona de una forma exactamente contraria a una puerta lógica AND

- Se genera un nivel bajo a la salida sólo cuando todas las entradas están a nivel alto
- Si cualquiera de las entradas está a nivel bajo, se genera un nivel alto a la salida independientemente del resto de entradas



Entrada		Salida
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Expresión lógica de la puerta NAND

Una puerta lógica NAND realiza una operación que equivale a complementar el resultado de una multiplicación lógica

$$\overline{A \cdot B} = \overline{AB}$$

Esta expresión lógica indica que las dos variables se multiplican y luego el resultado se complementa

$$\overline{0 \cdot 0} = \overline{0} = 1$$

$$\overline{0 \cdot 1} = \overline{0} = 1$$

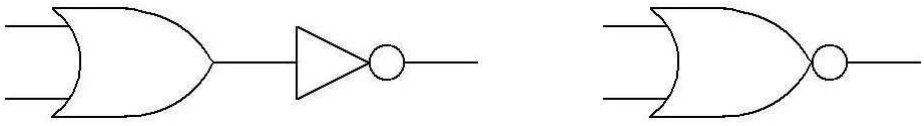
$$1 \cdot 0 = 0 = 1$$

$$1 \cdot 1 = 1 = 0$$

La puerta lógica NOR

La puerta lógica NOR también es muy popular por ser una puerta universal, es decir, es posible diseñar un circuito digital utilizando únicamente puertas NOR

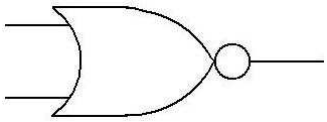
El término NOR es una contracción de NOT–OR e indica una puerta OR con la salida complementada



La puerta lógica NOR

Una puerta lógica NOR funciona de una forma exactamente contraria a una puerta lógica OR

- Se genera un nivel alto a la salida sólo cuando todas las entradas están a nivel bajo
- Si cualquiera de las entradas está a nivel alto, se genera un nivel bajo a la salida independientemente del resto de entradas



Entrada		Salida
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Expresión lógica de la puerta NOR

Una puerta lógica NOR realiza una operación que equivale a complementar el resultado de una suma lógica

$$\overline{A + B}$$

Esta expresión lógica indica que las dos variables se suman y luego el resultado se complementa

$$\overline{O + O} = \overline{O} = 1$$

$$\overline{O + 1} = \overline{1} = O$$

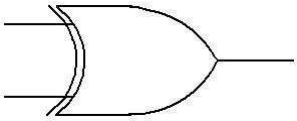
$$1 + O = 1 = O$$

$$1 + 1 = 1 = O$$

La puerta lógica XOR

El propósito de una puerta lógica OR-exclusiva o XOR es determinar cuándo una y sólo una de sus dos entradas está a nivel alto

- Se genera un nivel alto a la salida cuando una entrada está a nivel alto y la otra a nivel bajo
- Se genera un nivel bajo a la salida cuando las dos entradas están al mismo nivel

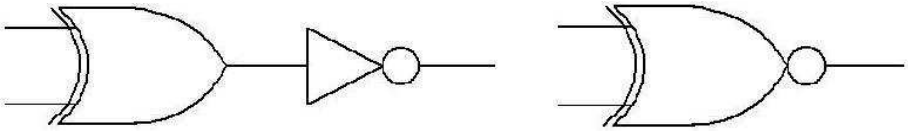


Entrada		Salida
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

La puerta lógica XNOR

El propósito de una puerta XNOR es determinar cuándo el valor de sus dos entradas es equivalente, o lo que es lo mismo, cuándo las entradas están al mismo nivel lógico

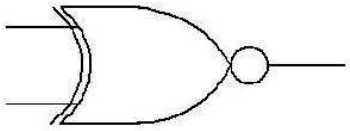
Esta definición implica que el funcionamiento de una puerta lógica XNOR es el mismo que tendría una puerta lógica XOR con la salida complementada



La puerta lógica XNOR

Una puerta lógica XNOR funciona de una forma exactamente contraria a una puerta lógica XOR

- Se genera un nivel bajo a la salida cuando una entrada está a nivel alto y la otra a nivel bajo
- Se genera un nivel alto a la salida cuando las dos entradas están al mismo nivel



Entrada		Salida
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Expresión lógica de las puertas XOR y XNOR

Una puerta XOR realiza una operación lógica que se denomina OR-exclusiva o XOR y que se expresa de la siguiente manera

$A \oplus B$ = 0 + 0 = 0; 0 + 1 = 1; 1 + 0 = 1; 1 + 1 = 0

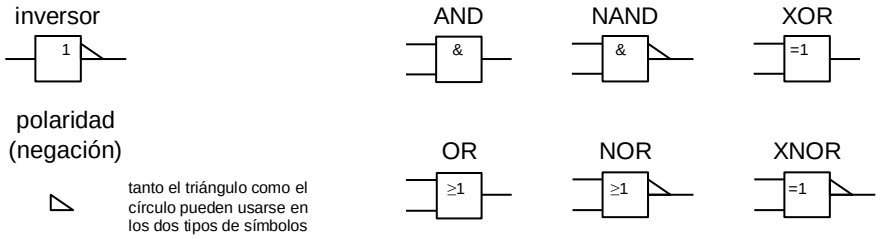
Una puerta XNOR realiza una operación lógica denominada equivalencia, que es complementaria de la operación XOR, y se expresa de la siguiente manera

$A \odot B$ = 0 · 0 = 1; 0 · 1 = 0; 1 · 0 = 0; 1 · 1 = 1

Símbolos distintivos y rectangulares

Los símbolos que hemos visto hasta ahora, y que usaremos durante el curso, son los denominados símbolos distintivos

El estándar ANSI/IEEE 91-1984 también define unos símbolos rectangulares que suelen encontrarse en documentos industriales



Estructura del tema

Introducción

Puertas lógicas digitales

Puertas lógicas básicas

- NOT
- AND
- OR
- NAND
- NOR
- XOR
- XNOR

Resumen y bibliografía

Resumen

El diseño de circuitos digitales se basa principalmente en la lógica binaria

Las puertas lógicas son los componentes básicos de los circuitos digitales

- Una puerta lógica es un circuito electrónico que implementa una determinada operación de la lógica binaria
- Cada circuito digital no es sino una combinación de puertas lógicas organizadas de un modo concreto

El conocimiento de las puertas lógicas existentes es vital para poder diseñar circuitos digitales

Bibliografía

Sistemas Digitales - Principios y Aplicaciones - Tocci - 10th