

2. El sistema de numeración binario

 Introducción
Todos estamos familiarizados con el sistema de numeración decimal, ya que lo usamos cada día En los ordenadores, así como en la electrónica digital en general, se utiliza el sistema de numeración binario Los objetivos de este tema son: - Describir los sistemas de numeración posicional - Describir el sistema de numeración binario y su relación con otros sistemas de numeración, como el octal y el hexadecimal
El sistema de numeración binario 2



Estructura del tema

Introducción

El sistema decimal

El sistema binario

El sistema octal

El sistema hexadecimal

Resumen y bibliografía

El sistema de numeración binario
3



El sistema decimal

El sistema decimal utiliza diez dígitos para representar una cantidad

Se pueden representar cantidades del 0 al 9

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Para cantidades mayores que 9 hay que combinar dígitos

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21...

El sistema decimal es un sistema de numeración posicional, es decir, un mismo dígito tiene diferentes valores en función de la posición que ocupe

El sistema de numeración binario
4

Estructura de pesos decimal

La posición de cada dígito dentro de un número decimal indica la magnitud representada

A cada posición se le asigna un valor llamado peso

Dado que tenemos 10 dígitos, los pesos son potencias de 10

Decimos que el sistema decimal es un sistema en base 10

Los pesos de los números enteros son potencias positivas de 10 que aumentan de derecha a izquierda empezando por 10^0

... 10^4 10^3 10^2 10^1 10^0

Los pesos de los números fraccionarios son potencias negativas de 10 que aumentan de izquierda a derecha empezando por 10^{-1}

... 10^1 10^0 ' 10^{-1} 10^{-2} 10^{-3} ...

El sistema de numeración binario
5

Números decimales

El valor de un número decimal es la suma de sus dígitos después de haber multiplicado cada dígito por su peso

Ejemplo: 21.264

2 1 2 6 4
 10^4 10^3 10^2 10^1 10^0

$$21264 = (2 \times 10^4) + (1 \times 10^3) + (2 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (4 \times 10^0)$$

$$21264 = (2 \times 10000) + (1 \times 1000) + (2 \times 100) + (6 \times 10) + (4 \times 1)$$

$$21264 = 20000 + 1000 + 200 + 60 + 4$$

El sistema de numeración binario
6

Números decimales

El valor de un número decimal es la suma de sus dígitos después de haber multiplicado cada dígito por su peso

Ejemplo: 318'23

3	1	8	'	2	3
10^2	10^1	10^0		10^{-1}	10^{-2}

$$318'23 = (3 \times 10^2) + (1 \times 10^1) + (8 \times 10^0) + (2 \times 10^{-1}) + (3 \times 10^{-2})$$

$$318'23 = (3 \times 100) + (1 \times 10) + (8 \times 1) + (2 \times 0,1) + (3 \times 0,01)$$

$$318,23 = 300 + 10 + 8 + 0,2 + 0,03$$

El sistema de numeración binario
7

Estructura del tema

Introducción

El sistema decimal

El sistema binario

El sistema octal

El sistema hexadecimal

Resumen y bibliografía

El sistema de numeración binario
8

El sistema binario

El sistema binario es un sistema de numeración posicional con dos dígitos distintos (bits): el 0 y el 1

Dado que tenemos 2 dígitos, los pesos son potencias de 2

Decimos que el sistema binario es un sistema en base 2

Los pesos de los números enteros son potencias positivas de 2 que aumentan de derecha a izquierda empezando por 2^0

2^2 2^1 2^0

... 2^4 2^3



Los pesos de los números fraccionarios son potencias negativas de 2 que aumentan de izquierda a derecha empezando por 2^{-1}

... 2^{-4} 2^{-3} 2^{-2} 2^{-1} ...



El sistema de numeración binario
9

Contar en decimal

El sistema decimal es un sistema de numeración posicional con diez dígitos distintos

En decimal podemos contar hasta 9 sin repetir ningún dígito

Dicho de otra manera, usando 1 dígito podemos contar 10^1 números distintos (desde 0 hasta $10^1 - 1$)

decimal

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

El sistema de numeración binario
10

Contar en decimal	
A partir de 9 nos vemos obligados a repetir dígitos	decimal 00 01 02 03
Con 2 dígitos podemos contar 10^2 números (desde 0 hasta $10^2 - 1$)	04 05 06 07
Con 3 dígitos podemos contar 10^3 números (desde 0 hasta $10^3 - 1$)	08 09 10 11
En general, con n dígitos podemos contar 10^n números distintos, es decir, desde 0 hasta $10^n - 1$	12 13 14 15
El sistema de numeración binario	
11	

Contar en binario	
El sistema binario es un sistema de numeración posicional con dos dígitos distintos (bits): el 0 y el 1	decimal 00 01 02 03 04 05 06 07 08 09 10 11 12 13 14 15
En binario sólo podemos contar hasta 1 sin repetir bits	binario 0 1
Dicho de otra manera, usando 1 bit podemos contar 2^1 números distintos (desde 0 hasta $2^1 - 1$)	
El sistema de numeración binario	
12	

 Contar en binario		
Para contar más allá de 1 nos vemos obligados a combinar bits	decimal	binario
	00	00
	01	01
	02	10
Con 2 bits podemos contar 2^2 números (desde 0 hasta $2^2 - 1$)	03	11
	04	
	05	
	06	
	07	
	08	
	09	
	10	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
El sistema de numeración binario		
13		

 Contar en binario		
Con 3 bits podemos contar 2^3 números (desde 0 hasta $2^3 - 1$)	decimal	binario
	00	000
	01	001
	02	010
	03	011
	04	100
	05	101
	06	110
	07	111
	08	
	09	
	10	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
El sistema de numeración binario		
14		

Contar en binario

Con 4 bits podemos contar 2^4 números (desde 0 hasta $2^4 - 1$)

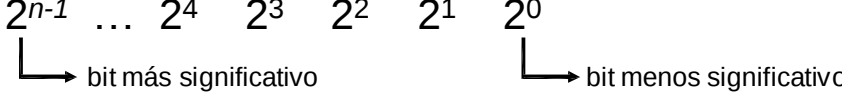
En general, con n bits podemos contar 2^n números distintos, es decir, desde 0 hasta $2^n - 1$

decimal	binario
00	0000
01	0001
02	0010
03	0011
04	0100
05	0101
06	0110
07	0111
08	1000
09	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

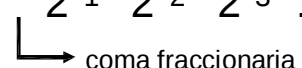
El sistema de numeración binario
15

Pesos de un número binario

Un número entero tendrá la siguiente estructura de pesos, siendo n el número de bits

$2^{n-1} \quad \dots \quad 2^4 \quad 2^3 \quad 2^2 \quad 2^1 \quad 2^0$


Un número fraccionario tendrá la siguiente estructura de pesos, siendo n el número de bits de la parte entera y m el número de bits de la parte fraccionaria

$2^{n-1} \quad \dots \quad 2^2 \quad 2^1 \quad 2^0 \quad ' \quad 2^{-1} \quad 2^{-2} \quad 2^{-3} \quad \dots \quad 2^{-m}$


El sistema de numeración binario
16



Conversión binario a decimal

El valor decimal de cualquier número binario se puede determinar sumando los pesos de todos los bits 1 y descartando los pesos de todos los bits 0

Ejemplo: 1101101

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2^6 & 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array}$$

$$1101101 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$1101101 = 1 \times 64 + 1 \times 32 + 0 \times 16 + 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1$$

$$1101101 = 64 + 32 + 8 + 4 + 1 = 109$$

El sistema de numeración binario
17



Conversión binario a decimal

Otro ejemplo: 10011001110

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2^{10} & 2^9 & 2^8 & 2^7 & 2^6 & 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array}$$

$$10011001110 = 1 \times 2^{10} + 0 \times 2^9 + 0 \times 2^8 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

$$10011001110 = 1 \times 1024 + 0 \times 512 + 0 \times 256 + 1 \times 128 + 1 \times 64 + 0 \times 32 + 0 \times 16 + 1 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$$

$$10011001110 = 1024 + 128 + 64 + 8 + 4 + 2 = 1230$$

El sistema de numeración binario
18

Conversión binario a decimal

Para convertir números fraccionarios es importante recordar el significado de las potencias negativas

$$10^{-1} = 1/(10^1) = 0'1$$

$$2^{-1} = 1/(2^1) = 0'5$$

Ejemplo: 0,1011

$$\begin{array}{cccccc} 0 & ' & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2^0 & & 2^{-1} & 2^{-2} & 2^{-3} & 2^{-4} \end{array}$$

$$0'1011 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4}$$

$$0'1011 = 0 \times 1 + 1 \times 0'5 + 0 \times 0'25 + 1 \times 0'125 + 1 \times 0'0625$$

$$0'1011 = 0'5 + 0'125 + 0'0625 = 0'6875$$

El sistema de numeración binario
19

Conversión binario a decimal

Otro ejemplo: 1101'010101

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 1 & 0 & 1 & ' & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 & & 2^{-1} & 2^{-2} & 2^{-3} & 2^{-4} & 2^{-5} \end{array}$$

$$1101'01011 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} + 1 \times 2^{-5}$$

$$1101'01011 = 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 + 0 \times 0'5 + 1 \times 0'25 + 0 \times 0'125 + 1 \times 0'0625 + 1 \times 0'03125$$

$$1101'01011 = 8 + 4 + 1 + 0'25 + 0'0625 + 0'03125 = 13'34375$$

El sistema de numeración binario
20

Conversión decimal a binario

El método de la suma de pesos consiste en determinar el conjunto de pesos binarios que suman el número

Se resta al número la mayor potencia de 2 que no lo sobrepase y se repite el proceso sobre el resultado

El proceso concluye cuando el resultado es 0 ó cuando se ha obtenido el número deseado de cifras fraccionarias

Se asigna un 1 al peso de las potencias de 2 usadas

Ejemplo: 82

$$82 - 64 = 18 \quad 2^6$$

$$18 - 16 = 2 \quad 2^4$$

$$2 - 2 = 0 \quad 2^1$$

$$82 = 1010010$$

$$2^7 = 128$$

$$2^6 = 64$$

$$2^5 = 32$$

$$2^4 = 16$$

$$2^3 = 8$$

$$2^2 = 4$$

$$2^1 = 2$$

$$2^0 = 1$$

El sistema de numeración binario
21

Conversión decimal a binario

Otro ejemplo con la suma de pesos: 411'7401

$$411'7401 - 256 = 155'7401 \quad 2^8$$

$$155'7401 - 128 = 27'7401 \quad 2^7$$

$$27'7401 - 16 = 11'7401 \quad 2^4$$

$$11,7401 - 8 = 3'7401 \quad 2^3$$

$$3,7401 - 2 = 1'7401 \quad 2^1$$

$$1,7401 - 1 = 0'7401 \quad 2^0$$

$$0,7401 - 0,5 = 0'2401 \quad 2^{-1}$$

$$0,2401 - 0,125 = 0'1151 \quad 2^{-3}$$

$$0,1141 - 0,0625 = 0'50526 \quad 2^{-4}$$

$$411'7401 = 110011011'1011...$$

$$2^9 = 512$$

$$2^8 = 256$$

$$2^7 = 128$$

$$2^6 = 64$$

$$2^5 = 32$$

$$2^4 = 16$$

$$2^3 = 8$$

$$2^2 = 4$$

$$2^1 = 2$$

$$2^0 = 1$$

$$2^{-1} = 0'5$$

$$2^{-2} = 0'25$$

$$2^{-3} = 0'125$$

$$2^{-4} = 0'0625$$

$$2^{-5} = 0'03125$$

El sistema de numeración binario
22

Conversión decimal a binario

El método de las divisiones sucesivas tiene la ventaja de ser más sistemático que el de la suma de pesos

Se divide el número entre 2 y se repite el proceso sobre el resultado hasta que el resto de la división sea 0 ó 1

El cociente de la última división será el bit más significativo

Los demás bits serán los restos de las divisiones en orden inverso, hasta llegar al resto de la primera división, que será el bit menos significativo

Un ejemplo: 12

$$\begin{array}{r}
 12 \quad \begin{array}{l} \overline{) 12} \\ \underline{0} \\ 12 \\ \underline{10} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 0 \end{array} \\
 \swarrow \\
 6 \quad \begin{array}{l} \overline{) 6} \\ \underline{0} \\ 6 \\ \underline{4} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 0 \end{array} \\
 \swarrow \\
 3 \quad \begin{array}{l} \overline{) 3} \\ \underline{1} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 0 \end{array} \\
 \swarrow \\
 1 \quad \begin{array}{l} \overline{) 1} \\ \underline{1} \\ 0 \end{array} \\
 \swarrow \\
 0
 \end{array}
 \Rightarrow 12 = 1100$$

El sistema de numeración binario
23

Conversión decimal a binario

El método de las divisiones sucesivas se aplica a la parte entera de los números decimales

La parte fraccionaria puede convertirse de manera similar, pero usando multiplicaciones por 2

La parte entera de los resultados se descarta, dando lugar, en el orden en que se calcularon, a los dígitos binarios buscados

El proceso se detiene cuando el resultado es 0 o cuando se obtiene el número deseado de cifras fraccionarias

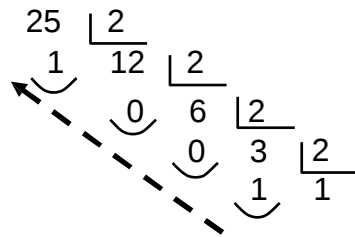
Ejemplo: 0'3125

$$\begin{array}{l}
 0'3125 \times 2 = 0,625 \\
 0,625 \times 2 = 1,25 \\
 0,25 \times 2 = 0,5 \\
 0,5 \times 2 = 1,0 \\
 0 \Rightarrow 0'3125 = 0'0101
 \end{array}$$

El sistema de numeración binario
24

Conversión decimal a binario

Un ejemplo con divisiones y multiplicaciones: 25'7187



$$\begin{aligned}
 0'7187 \times 2 &= \underline{1},4374 \\
 0'4374 \times 2 &= \underline{0},8748 \\
 0'8748 \times 2 &= \underline{1},7496 \\
 0'7496 \times 2 &= \underline{1},4992 \\
 0'4992 \times 2 &= \underline{0},9984 \\
 0,9984 \times 2 &= \underline{1},9968 \\
 &\dots
 \end{aligned}$$

$$25'7187 = 11001'101101\dots$$

El sistema de numeración binario
25

Indicar la base

Dado que trabajamos con números expresados en distintas bases, es importante indicar siempre en que base está representado cada número

1110 en binario $\neq$ 1110 en decimal

1110 en binario = 14 en decimal

1110 en decimal = 10001010110 en binario

Por ejemplo, podemos indicar la base usando un subíndice justo después del número

$1110_{(2)} \neq 1110_{(10)}$

$1110_{(2)} = 14_{(10)}$

$1110_{(10)} = 10001010110_{(2)}$

El sistema de numeración binario
26

Estructura del tema

Introducción

El sistema decimal

El sistema binario

El sistema octal

El sistema hexadecimal

Resumen y bibliografía

El sistema de numeración binario
27

El sistema octal

Los números binarios largos son difíciles de leer o escribir, por lo que es fácil cometer un error

El sistema octal es un sistema de numeración posicional en base 8

Existen 8 dígitos distintos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Los pesos son potencias de 8

Dado que la base del sistema octal es múltiplo de 2, las conversiones entre octal y binario son muy fáciles

El sistema octal se utiliza como forma simplificada de representar números binarios

El sistema de numeración binario
28



Contar en octal

Usando 1 dígito octal podemos contar 8^1 números distintos, desde 0 hasta $8^1 - 1$

decimal	octal
00	0
01	1
02	2
03	3
04	4
05	5
06	6
07	7
08	
09	
10	
11	
12	
13	
14	
15	

El sistema de numeración binario

29



Contar en octal

Usando 2 dígitos octales
podemos contar 8^2 números
distintos, desde 0 hasta $8^2 - 1$

En general, con n dígitos
octales podemos contar 8^n
números distintos, es decir,
desde 0 hasta $8^n - 1$

decimal	octal
00	00
01	01
02	02
03	03
04	04
05	05
06	06
07	07
08	10
09	11
10	12
11	13
12	14
13	15
14	16
15	17

El sistema de numeración binario

30

Equivalencia octal - binario

Cada dígito octal equivale a un grupo de 3 bits ($2^3 = 8$)

Dado que 8 es potencia de dos, la conversión de números entre octal y binario resulta trivial

octal	binario
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

$$43726_{(8)} = 100\ 011\ 111\ 010\ 110_{(2)}$$

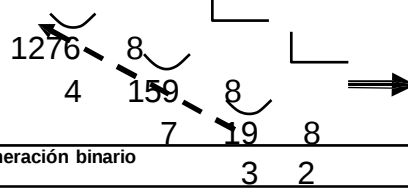
El sistema de numeración binario
31

Equivalencia octal - decimal

Para convertir un número octal a decimal debemos sumar el valor de cada dígito multiplicado por su peso

$$2374_{(8)} = 2 \times 8^3 + 3 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 4 \times 8^0 = 1276_{(10)}$$

Para convertir un número decimal a octal debemos aplicar el método de las divisiones/multiplicaciones sucesivas, pero esta vez utilizando la base 8



El sistema de numeración binario
32

$$1276_{(10)} = 2374_{(8)}$$

Estructura del tema

Introducción

El sistema decimal

El sistema binario

El sistema octal

El sistema hexadecimal

Resumen y bibliografía

El sistema de numeración binario
33

El sistema hexadecimal

El sistema hexadecimal es un sistema de numeración posicional en base 16

Existen 16 dígitos distintos: 0...9, A, B, C, D, E, F

Los pesos son potencias de 16

Dado que la base del sistema hexadecimal es múltiplo de 2, las conversiones entre hexadecimal y binario son muy fáciles

El sistema hexadecimal es la forma más frecuentemente usada para simplificar la representación de números binarios

El sistema de numeración binario
34

Contar en hexadecimal

Usando 1 dígito hexadecimal
 podemos contar 16^1 números
 distintos, desde 0 hasta $16^1 - 1$
 A partir de F debemos empezar a
 combinar dígitos, es decir, el
 siguiente número es 10 y los
 siguientes 11...19, 1A...1F, 20...
 En general, con n dígitos
 hexadecimales podemos contar
 16^n números distintos, es decir,
 desde 0 hasta $16^n - 1$

decimal	hexadecimal
00	0
01	1
02	2
03	3
04	4
05	5
06	6
07	7
08	8
09	9
10	A
11	B
12	C
13	D
14	E
15	F

El sistema de numeración binario
35

Equivalencia hexadecimal - binario

Dado que 16 es potencia de dos, la
 conversión de números entre
 hexadecimal y binario resulta trivial
 Cada dígito hexadecimal equivale a
 un grupo de 4 bits ($2^4 = 16$)

$$A3F26_{(16)} = 1010\ 0011\ 1111\ 0010\ 0110_{(2)}$$

$$F6100_{(16)} = 1111\ 0110\ 0001\ 0000\ 0000_{(2)}$$

$$FFFFFF_{(16)} = 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111_{(2)}$$

hexadecimal	binario
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

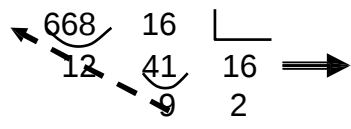
El sistema de numeración binario
36

Equivalencia hexadecimal - decimal

Para convertir un número hexadecimal a decimal debemos sumar el valor de cada dígito multiplicado por el valor de su peso

$$29C_{(16)} = 2 \times 16^2 + 9 \times 16^1 + C \times 16^0 = \\ 2 \times 16^2 + 9 \times 16^1 + 12 \times 16^0 = 668_{(10)}$$

Para convertir un número decimal a hexadecimal usaremos el método de las divisiones/multiplicaciones sucesivas, pero esta vez utilizando la base 16


$$668_{(10)} = 29C_{(16)}$$

El sistema de numeración binario
37

Estructura del tema

Introducción

El sistema decimal

El sistema binario

El sistema octal

El sistema hexadecimal

Resumen y bibliografía

El sistema de numeración binario
38

Resumen

Los sistemas de numeración posicionales son aquellos en los que la posición de un dígito determina su valor

Aunque estamos acostumbrados a usar el sistema decimal, los circuitos digitales se ven obligados a utilizar el sistema binario

Sistema posicional en base 2

Dos dígitos distintos, también llamados bits: el 0 y el 1

Dominar el sistema binario resulta vital para comprender el funcionamiento de los circuitos digitales

El sistema de numeración binario
39

Bibliografía

Sistemas Digitales - Principios y Aplicaciones - Tocci - 10th

El sistema de numeración binario
40